Annals of Mathematics and Philosophy
Online version, 02/11/2026

$M \times \Phi$

Hétéropoïèse : la fécondité systémique des méthodes impures

Nicolas Bouleau

Résumé. À partir des controverses de la fin du XIXe siècle et du début du XXe sur les fondements des mathématiques, nous discutons la portée hors du champ des mathématiques de l'absence de pureté des méthodes. Autrement dit nous dégageons des cas d'extension de la rationalité par des excursions hors d'un langage de base qui, après un détour, reviennent à proximité de la question posée dans le langage initial. Nous retrouvons ces préoccupations typiquement chez Hermann Weyl et chez Niels Bohr à propos de la physique quantique.

Abstract. Based on the controversies of the late 19th and early 20th centuries concerning the foundations of mathematics, we discuss the significance, beyond the field of mathematics, of methodological impurities. In other words, we highlight instances where rationality is extended through excursions outside of a basic language which, after a detour, return to the vicinity of the question posed in the initial language. We find these concerns particularly evident in the work of Hermann Weyl and Niels Bohr regarding quantum physics.

$M \times \Phi$ *Online version* © 2025

En observant mes collègues dans les séminaires lorsqu'ils pratiquent les mathématiques et échangent entre eux pour la recherche, j'ai fortement l'impression qu'ils vivent dans une contrée où une certaine langue est partagée par tout le groupe, dont la sémantique est évidente et limpide pour chacun. Il y a par exemple un langage des probabilités avec lequel on se place dans des paysages connus, où certains acquis sont notoires, sur les processus, sur la théorie ergodique, l'analyse stochastique, etc. Ces usages, pratiquement, font référence à des traités célèbres ayant synthétisé les connaissances importantes sur ces questions. Tout porte à croire qu'il y a un dialecte bien compris et que ce qui est intéressant pour la recherche concerne les interrogations formulées à l'intérieur de ce langage qui le plus souvent ne remettent pas en cause le cadre méthodologique, que ce soit pour le groupe lors d'exposés ou dans le travail individuel même le plus imaginatif. Au point que les mathématiciens accordent souvent peu d'importance à des notions nouvelles, même si elles ont des propriétés particulières, tant qu'elles n'apportent pas des conclusions éclairant des objets déjà connus. Devant la profusion relativement aisée d'enrichissements ontologiques maintenant que les mathématiques sont formalisées, le critère d'apporter des réponses aux interrogations naturelles du corpus devient important et même prépondérant. Ceci se relie à une coutume ancienne, éthique et esthétique, admise le plus souvent comme une convention de politesse.

$M\times\Phi$ Online version © 2025

§ 1. — Le principe de pureté des méthodes.

Cette question est devenue un thème très débattu en philosophie des mathématiques, avec des nuances sémantiques délicates dont nous n'avons pas absolument besoin ici. (1) Il s'agissait historiquement d'une règle de l'art plus ou moins explicite. On considérait que c'était mieux, plus élégant et plus convaincant, de démontrer un théorème avec uniquement les notions auxquelles fait appel l'énoncé, ou indispensables pour comprendre l'énoncé. Jusqu'à la fin du XIX^{e} siècle les mathématiques n'étaient pas entièrement formalisées. Leur frontière n'était pas vraiment claire. D'Alembert

(1) Voir pour approfondir A. Arana, *Elements of Purity*, Cambridge University Press, 2025.

avait ressenti ce flou et parlait, pour la mécanique et les applications, de mathématiques « mixtes ». Pratiquement en quoi consistaient les mathématiques ? Elles étaient le langage utilisé dans les grands traités par les grands mathématiciens (Euclide, Descartes, Euler, etc.). Leur contour n'étant pas net, on avait tendance à être parcimonieux sur les hypothèses.

Le principe était encore tellement respectable au début du xx^{e} siècle que David Hilbert adopta une attitude qui, avec nos yeux d'aujourd'hui, pourrait paraître étrange. (2)

En 1899, dans son remarquable traité *Grundlagen der Geometrie* où il étudiait la dépendance et l'indépendance des divers axiomes de la géométrie, qui fit forte impression sur ses contemporains, il avait en particulier éclairci le curieux énoncé de Desargues. Il s'agit d'une assertion délicate de géométrie plane qui devient quasi évidente si on pense la figure comme le dessin d'un tétraèdre dans l'espace. Hilbert expliquait ce phénomène en montrant que la propriété de Desargues était fausse pour certaines géométries planes différentes de la géométrie euclidienne usuelle. Ces géométries « non arguésiennes » ne sont pas la projection de la géométrie euclidienne de dimension 3. Poursuivant son investigation sur les fondements des mathématiques, en 1900, Hilbert annonça, dans l'introduction de ses 23 problèmes formulés au congrès international de mathématiques à Paris, un célèbre *programme* de recherche pour établir la cohérence de l'arithmétique, fondé sur l'idée que toute question claire sur les mathématiques devait avoir une réponse positive ou négative, et — point important — la méthode qu'il préconisait consistait en une application du principe de pureté des méthodes à partir de formules élémentaires pour montrer que les détours par des notions abstraites pouvaient se ramener à des trajets directs sans excursions hors des formules élémentaires.

Or, comme il est bien connu maintenant, l'idée qu'il n'y avait pas de question sans réponse s'est avérée inexacte. Certains énoncés arithmétiques sont indécidables. Et le programme de Hilbert s'est soldé par un échec. Les excursions sont créatives en mathématiques. D'une façon imagée on peut dire que l'assertion de Desargues est typique des mathématiques en général. On peut démontrer plus de choses avec des méthodes impures. Faire des détours est fécond. On obtient plus de résultats sur les nombres réels en passant par les nombres complexes, plus sur les entiers en passant par la théorie des ensembles. Un énoncé étant donné il n'y a pas d'algorithme

(2) Cf. P. Mancosu, *Infini, logique, géométrie*, Vrin, 2015, p. 373 *et seq.*

$M \times \Phi$ *Online version* © 2025

pour savoir s'il est démontrable ou non, il faut essayer. Le grand théorème de Fermat a été démontré par Andrew Wiles en utilisant la géométrie algébrique. (3)

§ 2. — Ignorabimus.

Quelques décennies avant la prise de position de Hilbert au congrès de Paris, le physiologiste allemand Emil du Bois-Reymond, lors d'un discours pour le 45e congrès des naturalistes et physiciens à Leipzig en 1872 avait défendu l'idée que la science, même si elle étend progressivement la connaissance, laisse nécessairement irrésolues deux grandes questions. Premièrement la nature ultime de la matière et de la force. Deuxièmement la relation entre les états matériels ou physiques d'un organisme d'une part, et sa conscience (pensées, sentiments, désirs) de l'autre. Il concluait son propos par la célèbre formule *Ignoramus et ignorabimus* soulignant que bien sûr il y a ce que nous ne savons pas mais aussi des choses que nous ne saurons jamais.

Le point de vue d'Emil du Bois-Reymond s'inscrivait dans un courant de penseurs qui perdura après le XIXe siècle dans lequel on peut citer Émile Boutroux, Henri Bergson et bien d'autres qui considéraient que l'abandon des explications religieuses ne garantissait pas par lui-même que la science expliquerait tout. Devant les mouvements progressistes du XIXe siècle, matérialistes, positivistes, ou saint-simoniens, ils récusaient le scientisme qui conservait la foi religieuse en la reportant sur la science. En termes d'aujourd'hui ils soulignaient la possibilité d'une *incomplétude* définitive.

Cette position découlait elle-même d'une critique plus ancienne contre le *principe de raison suffisante* de Leibniz qui peut s'énoncer ainsi :

> « *Jamais rien n'arrive sans qu'il y ait une cause ou du moins une raison déterminante, c'est-à-dire quelque chose qui puisse servir à rendre raison a priori pourquoi cela est existant plutôt*

(3) Dans plusieurs cas, en précisant bien le langage pur et celui de l'extension, la démonstration existe que le résultat ne peut pas s'obtenir sans détour, cf. G. Longo, « Reflections on Concrete Incompleteness », *Philosophia Mathematica*, vol. 19, n° 3, 2011, p. 255-280. On sait par exemple que certains énoncés indécidables d'arithmétique sont démontrables en théorie des ensembles avec des axiomes de grands cardinaux.

$M\times\Phi$ Online version © 2025

> *que non existant, et pourquoi cela est ainsi plutôt que de toute autre façon.* » (4)

Il se résume par la formule *nihil est sine ratione*, rien n'est sans raison. C'est l'affirmation que l'univers des causes est assez riche pour rendre compte de tout ce qui est. Un tel principe pouvait être énoncé par un mathématicien du XVIII^e siècle qui, d'une part envisageait que le monde se laisse représenter par les mathématiques, et d'autre part pensait que les mathématiques étaient *complètes*, comme on l'a cru jusqu'au début du XX^e siècle. C'est une pensée qui sous-estime la complexité de la combinatoire. En se reliant les monades composent des entités complexes. Mais, à l'inverse, se demander si telle entité complexe est accessible par les combinaisons est une question qu'à l'époque nul n'envisage sans réponse, puisque le principe de raison suffisante y pourvoit et cache cette difficulté.

Le principe de pureté des méthodes découle du principe de raison suffisante, ils condamnent l'un et l'autre le recours à des explications *ad hoc*, et critiquent l'action à distance de Newton comme appel à des *forces occultes*. Ces deux principes sont des formes prémodernes de matérialisme. Leibniz en bon protestant accorde à Dieu le savoir et le pouvoir de faire le meilleur des mondes et de combler toutes les causes qui nous manquent dès lors qu'on a la foi.

$M \times \Phi$ Online version © 2025

§ 3. — L'hétéropoïèse.

Les résultats des années 1930 de Gödel, Church et Turing, sur *l'incomplétude* ont récusé le programme de Hilbert. Mais — et c'est là le point central — ils ont fait place à un *ignorabimus* selon des arguments totalement différents de ceux de du Bois-Reymond ou de Bergson et que ni l'un ni l'autre n'avait envisagé. Car ce qui apparaît, ce qui est radicalement nouveau, c'est le fait que la combinatoire des signes, par sa propre complexité, suffit à fournir de l'indécidable et de l'incomplétude.

Pour présenter cette nouveauté le plus simplement on peut dire que la découverte réside en ceci que la déduction, si on la propage à travers un langage plus vaste que le langage usuel, permet d'obtenir

(4) G. W. Leibniz, *Essais de Théodicée*, I, § 44, in C. I. Gerhardt (éd.), *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, t. VI, Berlin, Weidmann, 1885, p. 127 ; orthographe modernisée.

des énoncés nouveaux du langage usuel lui-même. Nous désignerons ce *principe d'impureté des méthodes* du terme *d'hétéropoïèse* pour signifier la fécondité de la création hétérodoxe par des détours et des excursions. (5)

Revenons à Hilbert un instant. Il est tout à fait saisissant que ce mathématicien et logicien prodigieux ait poursuivi avec ses collaborateurs pendant 30 ans la recherche d'une preuve de consistance de l'arithmétique selon le programme qu'il avait annoncé. À telle enseigne qu'il répéta publiquement cette motivation l'année même où Gödel prouva que c'était impossible. Hilbert lut pour la radio une version abrégée de la fin de son discours du 8 septembre 1930 à la réunion annuelle de la société allemande des scientifiques et médecins :

> *Nous ne devons pas croire ceux qui, aujourd'hui, avec un air philosophique et un ton supérieur, prophétisent la fin de la culture et se complaisent dans l'ignorabimus. Pour nous, il n'y a pas d'ignorabimus, et à mon avis il n'y en a pas non plus pour les sciences naturelles. Au lieu du stupide ignorabimus, notre devise est au contraire : Nous devons savoir, nous saurons.* (6)

Hilbert ne traite pas la cohérence de l'arithmétique comme une conjecture qui pourrait être infirmée ou validée grâce aux talents des mathématiciens. Probablement parce que, en tant que conjecture, si elle était réfutée les vérités élémentaires de l'arithmétique seraient mises en péril. Il n'est pas impossible que les résultats de Jacques Herbrand qui travaillait en liaison avec Hilbert et ses disciples, et qui venait de montrer la cohérence d'une partie de l'arithmétique, aient influencé Hilbert dans sa prise de position radicale.

Finalement après les résultats d'incomplétude des années 1930, est-ce que nous nous trouvons du côté d'Emil du Bois-Reymond ? L'intuition de ce physiologiste se trouve-t-elle tout simplement confirmée, les deux énigmes du rationalisme qu'il présente étant validées comme ignorance définitive ? Non, parce que l'argumentation de du Bois-Reymond est purement philosophique, or un

(5) Mentionnons les travaux d'Alessandro Sarti *et al.* qui développent la notion voisine d'hétérogenèse, cf. A. Sarti, G. Citti, D. Piotrowski, *Differential Heterogenesis*, Springer, 2022.

(6) D. Hilbert, « Naturerkennen und Logik », discours de Königsberg du 8 septembre 1930, *Die Naturwissenschaften*, vol. 18, 1930, p. 959-963. Le passage suit la version radiophonique abrégée, dont la transcription allemande est donnée par J. T. Smith, « David Hilbert's Radio Address », *Loci : Convergence*, vol. 11, 2014, p. 2.

$M\times\Phi$ Online version © 2025

ordre de causalité nouveau est apparu qui se révèle créatif par sa nature propre. Nous sommes passés à une réalité plus concrète. Cette raison nouvelle est la *combinatoire*. Elle oblige à voir différemment toutes les connaissances où les combinaisons de signes sont présentes, c'est-à-dire les mathématiques et les sciences mathématisées, la chimie, et la biochimie des systèmes ouverts. Déjà en philosophie elle suggère une nouvelle lecture de l'*Allégorie de la caverne* de Platon à laquelle Heidegger consacra un célèbre cours. Ce récit du début du IV^e^ siècle avant J.-C. est probablement la parabole la plus commentée en philosophie, elle témoigne du prodigieux foyer d'intelligence situé à Athènes.

Heidegger disqualifie d'emblée toute approche qui ne partirait pas d'une analyse détaillée du texte grec originel.(7) Helléniste distingué c'est sa façon de monter sur l'estrade pour son cours à Fribourg en 1931-32. Mais c'est aussi une manière de nous entraîner dans sa phraséologie. Un condensé du récit de Platon nous suffira :

Des hommes sont enchaînés dans une grotte en face d'une paroi sur laquelle ils voient des formes mouvantes qui sont les ombres de personnes avec des objets qu'ils transportent sur un chemin éclairé par le soleil par derrière que les prisonniers ne voient pas. Platon envisage qu'on libère un des captifs qui malgré l'éblouissement parvient à accéder au chemin en pleine lumière, à voir ce qui s'y passe et redescendre pour en informer ses compagnons. Mais ceux-ci ayant déjà attribué des significations à ce qu'ils voyaient sont réticents à les abandonner pour ces nouvelles doctrines.

Ce qui est le plus intéressant pour nous ici est la mise en scène initiale de l'allégorie, la condition humaine figurée par cette caverne avec les ombres dont on ne sait pas l'origine sans même faire intervenir le prisonnier libéré qui explore et revient témoigner. Cette seule disposition théâtrale n'est pas du tout banale. La mise en scène de Platon où des choses cachées fournissent *par un procédé physique* la réalité perçue par les captifs est fascinante. Cette idée — simple — est prémonitoire de ce que nous avons à prendre en compte vingt-cinq siècles plus tard. Il ne s'agit pas de dieux qui auraient de l'influence sur la vie des mortels. Platon ne construit pas une parabole religieuse. Il ne s'agit pas non plus d'une figuration de l'opération d'abstraction vers l'essence, quoique Platon s'en serve à cette fin pour faire valoir sa théorie des Idées. Car les prisonniers ne perçoivent que ce que leurs sens leur révèlent sur la paroi.

(7) Cf. M. Heidegger, *De l'essence de la vérité*, trad. A. Boutot, Gallimard, 2001, p. 39-40.

$M \times \Phi$ *Online version* © 2025

Les hommes sont représentés comme assistant à un monde dont certains phénomènes sont dissimulés qui pourtant sont les causes directes *matérielles* de ce qui est observé. Comment est-ce possible ? C'est ce à quoi Hermann Weyl apporte davantage de lumière. (8)

Il considère que l'idée de *Dasein*, c'est-à-dire « un être dont l'existence même implique la compréhension de cet être, qui est toujours soi-même, qui se comprend comme être-au-monde et être-avec » est pertinente pour ce qui est des fondements des mathématiques. On sait qu'il participa au mouvement intuitionniste de Brouwer (9) et il souligne que ses idées à ce sujet étaient antérieures à la parution de *Sein und Zeit* :

> *Avec notre construction mathématique, comme je l'ai dit quelques années avant la parution de* Sein und Zeit *de Heidegger, nous nous trouvons à cette intersection de la servitude et de la liberté qui est l'essence de l'homme lui-même.*

Il propose une autre allégorie qui récuse le religieux et le positivisme :

> *Mais en suivant le développement de la science, nous avons vu qu'il ne reste à la science aucun autre terrain sur lequel construire que ce roc sombre mais très solide que j'appelle une fois de plus le* Dasein *concret de l'homme dans son monde. La maison repose donc sur un terrain solide. Mais elle n'a pas de toit, sa construction révèle que le monde n'est pas fermé mais pointe au-delà de lui-même vers ce qui est représenté par les symboles mais ne peut jamais être réalisé au niveau humain.* (10)

Toutefois Weyl se démarque de l'usage généralisé du Dasein et condamne « les évocations profondes mais creuses auxquelles se livre Heidegger dans ses dernières publications » ainsi que l'influence de Kierkegaard.

(8) Hermann Weyl, germanophone, a du mal à passer à l'anglais pour ses propres travaux philosophiques : « Je trouve qu'il est extrêmement difficile de traduire les principes essentiels de la philosophie existentielle dans un anglais simple, et je vais délibérément aplatir les phrases terriblement alambiquées de Heidegger », « Man and the Foundations of Science » (1949), in *Mind and Nature*, Princeton University Press, 2009, p. 189.

(9) Cf. N. Bouleau, *Introduction à la philosophie des sciences*, Spartacus-IDH, 2017, chap. III, § 2.

(10) H. Weyl, « Man and the Foundations of Science », *op. cit.*, p. 192 — comme la citation précédente ; *Philosophie des mathématiques et des sciences de la nature* (*1927-1949*), trad. C. Lobo, MétisPresses, 2017.

$M\times\Phi$ Online version © 2025

Hermann Weyl avait suivi des cours de Husserl.(11) Celui-ci, mathématicien également, assistant de Weierstrass, s'était tourné vers la philosophie, à laquelle il apporta une œuvre colossale, la phénoménologie. S'appuyant sur une acception universelle et objective de la conscience humaine, Husserl propose de trouver du côté de la philosophie une rigueur de pensée à même de fonder véritablement les sciences, y compris les mathématiques. Les erreurs des grands penseurs sont souvent le signe d'une faille importante dissimulée dans la pensée commune. Dans *L'origine de la géométrie* (1936) — ainsi que le relève Jacques Derrida — poursuivant sa quête de rigueur il réclame pour les mathématiques qu'elles soient catégoriques, au sens de capables de définir sans aucune ambiguïté ce dont elles parlent. Or les théories mathématiques ont — pour celles qui ne sont pas trop pauvres — plusieurs interprétations. Ceci porte un nom célèbre en logique, le théorème de Löwenheim-Skolem qui, en effet sème le trouble aux approches du monde par le « bon sens ». D'autres mathématiciens comme Albert Lautman et Jean Cavaillès ont critiqué l'épistémologie nomologique de Husserl.(12)

© 2025 *Online version* $M \times \Phi$

§ 4. — Champs épistémiques de l'hétéropoïèse.

Revenons au scénario de l'*Allégorie de la caverne* où Platon nous présente Socrate en train d'expliquer à Glaucon une scène quasi théâtrale à valeur philosophique. Heidegger partage le récit en quatre stades.

Le premier est celui où les hommes sont prisonniers, enchaînés, et ne peuvent voir que des ombres sur la paroi de cette grotte dans laquelle ils se trouvent sans même pouvoir se retourner. Ce qui est évident à ce stade ce sont ces ombres.

Le deuxième stade est une libération de l'homme à l'intérieur de la caverne. Socrate suppose que les liens ont été défaits et que

(11) La référence à Hermann Weyl dans notre discussion mériterait d'être approfondie. Il est vrai que l'intuitionnisme dont il était proche bannit plutôt les excursions qu'il ne les encourage. Ses travaux sur la relativité (*Temps, espace, matière*, 1918) et sur la théorie de jauge sont davantage hétéropoïétiques. Mais ce sont surtout certaines remarques qu'il fut le premier à faire sur l'analogie entre les énoncés de logique et les molécules qui apparaissent aujourd'hui prémonitoires (cf. *Philosophie des mathématiques et des sciences de la nature*, *op. cit.*).

(12) J. Cavaillès, *Sur la logique et la théorie de la science* (1942), PUF, 1947 ; rééd. Vrin, 1976.

les hommes se trouvent libérés mais restent néanmoins dans cette grotte. Ce qui est certain à ce stade c'est que l'homme est toujours dans la grotte dont il n'arrive pas à sortir.

Puis vient le troisième stade auquel Heidegger consacre le plus long commentaire. Il traduit le texte grec de la façon suivante, c'est Socrate qui parle :

> *Mais si maintenant quelqu'un le traînait par force sur le chemin montant, raboteux et escarpé de la caverne et qu'il ne le lâchât pas avant qu'il l'ait amené à la lumière du soleil, celui qui aurait été traîné de la sorte ne ressentirait-il pas là de la douleur et ne se regimberait-il pas ? Et aussitôt parvenu à la clarté, les yeux éblouis, ne serait-il pas hors d'état de voir une seule des choses qu'on lui présente maintenant comme étant hors-retrait ?* (13)

L'homme devant ce spectacle aura besoin d'une accoutumance mais finit par se faire à ces nouveautés et, en pensant à ses compagnons, il se trouvera heureux du changement.

Le quatrième stade est le retour de l'homme libre dans la caverne et la discussion des difficultés d'accueil de cette nouvelle vérité.

Socrate fait partager à son interlocuteur Glaucon le choix du scénario. Le récit aurait pu se prolonger autrement, au gré de Socrate. Le troisième stade du récit est une supposition supplémentaire, et laisse entendre que l'histoire aurait pu se terminer à la fin du deuxième stade qui décrirait alors une situation définitive, les prisonniers étant libérés mais sans pouvoir accéder à la vérité profonde. Nous lisons donc, *in absentia*, que Platon, par ce qu'il fait dire à Socrate, envisage que la *condition humaine* pourrait bien être une liberté fondée sur des vérités d'apparence.

Je pense, et j'appuierai cette thèse par quelques arguments ultérieurs, que notre état aujourd'hui, au XXIe siècle, est conforme à la situation du deuxième stade. Le premier stade est dépassé, la connaissance nous a ôté la plupart de nos chaînes bien visibles qui semblaient irrécusables. Et le fait crucial de l'après XXe siècle est que nous savons que nous ne saurons pas tout. Pourquoi ? Parce qu'il y a des causes qui furent efficientes et qui ont été effacées. L'ange, les prophètes, qui exprimeraient le dessein divin, nous n'y croyons plus car eux non plus ne peuvent pas savoir. L'impossibilité est systémique.

(13) M. Heidegger, *De l'essence de la vérité. Approche de l'« allégorie de la caverne » de Platon* (1931-1932), trad. A. Boutot, Gallimard, 2001.

$M \times \Phi$ Online version © 2025

Cette impossibilité les positivistes ne la connaissaient pas, c'est une découverte du xx^{e} siècle. André Malraux évoque très justement leur vision :

> *Marcellin Berthelot savait très bien que ce qu'il apportait ne pouvait pas rendre compte du monde. Mais quand il comparait ce qu'il apportait avec ce qu'avait été la conception du monde cent ans avant il avait le sentiment que trois cents ou quatre cents ans de science arriveraient à donner la connaissance du monde aux hommes. Et c'est sur cette sorte d'espoir que nous vivons encore. Aucun d'entre nous, dans notre civilisation, ne croit qu'il possède le sens du monde. Mais beaucoup croient encore qu'ils le trouveront.* (14)

Nous vivons sur cette sorte d'espoir, du moins la grande majorité des hommes, et cette croyance, activement entretenue, est un des moteurs de l'économie.

Ce que nous avons appelé la méthode de *l'hétéropoïèse* consistant en un trajet discursif qui s'échappe du langage usuel en mobilisant des entités différentes, puis revient finalement à proximité du point d'origine dans une région où le langage usuel initial est encore en vigueur, ce processus est tout à fait présent *hors des mathématiques*. Quelques exemples montreront son importance dans l'histoire de la pensée.

Le premier, qui peut avoir valeur d'archétype, est le récit mythique de *l'Odyssée* elle-même. Ulysse après de multiples péripéties revient en Ithaque d'où il était parti, où se déroule la même vie de cour auprès de la reine Pénélope. Mais lui a changé. Il est chargé d'une vaste expérience forgée au cours de son périple. Il n'est d'abord reconnu de personne, sinon de son chien. (15) Aussi pouvons-nous parler d'*excursions odysséennes* pour ces détours *en boucle presque fermée*.

Le processus hétéropoïétique ressemble à l'allégorie de la caverne dans sa forme complète, avec ses stades trois et quatre. Pourtant c'est différent. Parce que, pour Platon, ce que voit celui qui est monté, qui a été entraîné vers la lumière, c'est la *vérité* sans conteste, le vrai dans son unicité. Au contraire les processus

(14) A. Malraux, *Malraux face aux jeunes. Mai 68, avant, après*, éd. M. Crépu, Gallimard, 2016. Sur la vision prospective de Berthelot, voir son discours devant la Chambre syndicale des produits chimiques le 5 avril 1894, intitulé « En l'an 2000 » (repris in *Science et morale*, Calmann-Lévy, 1897, p. 508-515).

(15) Cf. P. Spinicci, *Ithaque, enfin. Essais sur l'Odyssée et la philosophie de l'imagination*, trad. J. Benoist, Vrin, 2018.

$M \times \Phi$ *Online version* © 2025

d'excursion odysséenne ne fournissent pas un spectacle de vérités causales fondamentales mais la découverte d'objets, de pierres, de plantes, d'êtres vivants d'un genre nouveau, de parties de la nature qu'on n'imaginait pas. Le voyage d'Ulysse, plein de vicissitudes, aurait pu se dérouler autrement, il n'est pas une révélation de *la* vérité. Ce qu'Ulysse a vu et vécu ce ne sont pas des abstractions sublimées, ce sont des choses diverses et des façons de vivre différentes.

D'ailleurs, en gardant l'allégorie, nous pouvons aller plus loin que ne le fait Platon avec son plaidoyer pour la sublimation par l'accession au monde purifié des Idées. Supposons que les prisonniers dans la caverne aient la culture des « hommes de la Renaissance » et aient écrit sur la paroi l'équation du troisième degré $x^3 + ax = b$. Il se peut que l'un d'entre eux (anticipant Scipione del Ferro) ait montré que la formule

$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3}}$$

était une solution dans le cas où la quantité $\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3$ est positive. On peut penser alors que certains des compagnons aient fait remarquer que l'équation peut avoir trois racines dans le cas où $\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3$ est négatif et qu'on n'a pas de formule dans ce cas. Là intervient l'excursion du prisonnier-philosophe qui escalade la paroi arrière de la caverne et arrive sur le chemin ensoleillé. Qu'y voit-il ? Il y rencontre Tartaglia, Cardano, Ferrari, et surtout Bombelli qui lui expliquent que pour avoir des formules dans ce cas, il faut faire intervenir les nombres complexes, et que sans ces nouveaux symboles (que Bombelli désigne par les vocables « più », « meno », « più di meno », et « meno di meno » avec leurs produits et leurs combinaisons linéaires), sans ce langage il est impossible d'avoir des formules pour les trois solutions.

Un autre exemple nous est fourni par le physicien Niels Bohr dont la philosophie est une épistémologie tirée de la mécanique quantique. On sait que le principe de Planck, que l'énergie au niveau atomique est échangée de façon discrète par *quantum d'énergie*, est corroboré par l'analyse des fréquences d'absorption et d'émission des atomes selon les séries de raies spectrales (série de Balmer, Rydberg-Ritz, etc.) et que Bohr, représentant de l'École de Copenhague, est amené à expliquer qu'une vision de l'atome où

$M\times\Phi$ Online version © 2025

les électrons occupent des niveaux d'énergie quantifiés, est compatible avec la nature ondulatoire de la lumière, qui, elle, est évidente expérimentalement par les interférences, et théoriquement par les équations de Maxwell. La mécanique quantique présente plusieurs *dualités* qui ont la forme logique d'incompatibilités : entre position et quantité de mouvement avec les relations d'incertitude de Heisenberg, par la diffraction des électrons par les cristaux (dualité onde-particule), etc. La plus simple est la nature à la fois ondulatoire et corpusculaire de la lumière illustrée par les interférences et par l'effet photoélectrique où les photons expulsent des électrons de la cible métallique. Cette *complémentarité* a, en théorie quantique, la place d'un *paradigme* au sens de Thomas Kuhn. Dans ces débats, l'argument de Bohr est fondamental :

> *La continuité spatio-temporelle de la propagation de la lumière et le caractère atomique des effets de la lumière doivent être considérés comme complémentaires en ce sens qu'ils expriment chacun des traits également importants des phénomènes lumineux, traits qui, tout en apparaissant comme inconciliables du point de vue de la mécanique, ne pourront jamais entrer en contradiction directe, car leur analyse précise en termes mécaniques exige des dispositifs expérimentaux qui s'excluent mutuellement.* (16)

Et il insiste sur ce point dans ses discussions avec Einstein :

> *Aussi loin que les phénomènes puissent transcender la portée des explications de la physique classique, la description de tous les résultats d'expérience doit être exprimée en termes classiques. La raison en est simple : par le mot d'« expérience », nous nous référons à une situation où nous pouvons dire à d'autres hommes ce que nous avons fait et ce que nous avons appris ; il en résulte que la description du dispositif expérimental et des résultats des observations doit être exprimée en un langage dénué d'ambiguïté, se servant convenablement de la terminologie de la physique classique.* (17)

On voit que la mécanique quantique a une position épistémologique très particulière. Elle consiste typiquement en une excursion qui part d'une situation expérimentale descriptible en physique

(16) N. Bohr, « Lumière et vie » (1932), in *Physique atomique et connaissance humaine*, trad. E. Bauer et R. Omnès, Gauthier-Villars, 1972, p. 4.

(17) N. Bohr, « Discussion avec Einstein sur des problèmes épistémologiques de la physique atomique » (1949), *ibid.*, p. 58-59.

© 2025 Online version $M \times \Phi$

classique, la traite par des concepts nouveaux, et revient à une description classique. Le corpus de la théorie quantique apparaît comme une région linguistique à laquelle on fait appel transitoirement et qui apporte néanmoins la meilleure façon de prédire ce qui se passe en termes classiques finalement. (18)

Dans ses articles de vulgarisation philosophique de la mécanique quantique, publiés de 1932 à 1957, Bohr à plusieurs reprises suggère des parallèles avec d'autres questions épistémologiques : a) avec le vivant en général où la dépendance de l'être vivant avec le contexte est l'analogue du lien des particules avec l'appareil de mesure, b) avec la biologie où le phénotype est le langage classique auquel peut mener le détour génotypique. Il présente ces analogies avec une grande prudence, car c'est en mécanique quantique seulement que le passage d'un terme à l'autre d'une contradiction (complémentarité) se fait par un langage auxiliaire nouveau porteur de conséquences sur les résultats de mesures réalisables à notre échelle. C'est à bon droit qu'il y voit une rupture par rapport au principe de causalité classique :

> *Ce point de vue de « complémentarité » ne signifie nullement que l'on renonce arbitrairement à une analyse détaillée des phénomènes atomiques ; il est au contraire l'expression d'une synthèse rationnelle de toute la somme d'expérience accumulée dans ce domaine, expérience qui transcende les limites entre lesquelles l'idéal de causalité trouve ses possibilités naturelles d'application.* (19)

Ne serait-ce que par les objets mathématiques qu'utilise son langage, la mécanique quantique apparaît comme *une extension* du monde ordinaire. Et l'accueil d'un tel procédé typiquement hétéropoïétique surpasse la rationalité classique.

Ceci nous mène à un troisième exemple donné par l'approche de la morphogenèse de René Thom dont les racines historiques remontent à l'Antiquité grecque et la philosophie platonicienne.

Fondée sur ses travaux mathématiques relatifs à la classification des singularités des variétés différentielles, la démarche de

(18) Hermann Weyl écrit en 1931 : « mathematics and physics make the world appear more and more as an open one, as a world not closed but pointing beyond itself. Or, as Franz Werfel expresses it in pregnant wording in one of his poems, *Diese Welt ist nicht die Welt allein* » (*The Open World*, conférences Yale de 1931, publ. 1932 ; préface, repr. in *Mind and Nature*, *op. cit.*, p. 34).

(19) N. Bohr, « Biologie et physique atomique » (1937), in *Physique atomique et connaissance humaine*, *op. cit.*, p. 26-27.

$M \times \Phi$ Online version © 2025

René Thom élargit l'enjeu scientifique par un langage des formes, pour la perception de la nature et particulièrement en biologie, pour l'embryogenèse. (20) On lui a reproché d'avoir dévié de la démarche empirico-déductive. (21) Effectivement la fabrication de connaissance qu'il avance est un apport interprétatif et s'éloigne à cet égard de la science strictement nomologique. (22) Dans cet art des projections de modèles cinématiques paramétrés, le paradigme central est la lecture de la réalité en tant qu'elle vient d'une entité plus vaste régulière qui se déforme selon certains types par projection. Ce paradigme-maître prend ses racines chez Platon, Ménechme, et surtout Apollonius de Perge à propos des coniques.

Thom revendique une approche *explicative* par opposition aux modélisations purement quantitatives. Il soutient que ce qu'il apporte fait comprendre alors que les dosages et les statistiques sont des constats qui manquent d'être interprétés. Le *descriptif* peut-il avoir une valeur de causalité par lui-même ? Il est incontestable que sur l'enjeu de compréhension les physiciens ne semblent pas gênés par certaines apories. Thom ne comprend pas la transition quantique, un électron qui saute d'un niveau à un autre en affectant tout l'espace, il s'insurge :

> *La mécanique quantique est incontestablement le scandale intellectuel du siècle ! C'est que la science a renoncé à l'intelligibilité du monde ; elle y a réellement renoncé ! C'est quelque chose qui s'impose et qui n'est pas intelligible.* (23)

Pour l'instant la tonalité générale des articles publiés en biologie consiste à s'appuyer sur les propriétés de substances qui sont les agents chimiques responsables des circonstances étudiées. La causalité est respectée conditionnellement à un cadre qui, en tant que tel, demande à être lui-même expliqué. La controverse entre Thom et les biologistes fut, et est encore, d'autant plus vive que les méthodes scientifiques qui s'opposent présentent, en fait, une certaine similarité : le champ du descriptif tente de trouver une justification en causalité en mobilisant des idéalités (Thom) ou des

(20) R. Thom, *Stabilité structurelle et morphogenèse*, InterÉditions, 1977 ; *Prédire n'est pas expliquer*, Eshel, 1991. Voir la belle synthèse de J. Petitot, « Les premiers textes de René Thom sur la morphogenèse et la linguistique : 1966-1970 », 2015, HAL : hal-01265180v2.

(21) Cf. R. S. Zahler et H. J. Sussmann, « Claims and Accomplishments of Applied Catastrophe Theory », *Nature*, vol. 269, 1977, p. 759-763 ; ainsi que J.-M. Lévy-Leblond, « Des mathématiques catastrophiques », *Critique*, vol. 33, 1977, p. 439.

(22) Cf. N. Bouleau, *Penser l'éventuel*, Quæ, 2017.

(23) *Prédire n'est pas expliquer*, *op. cit.*, p. 86.

$M \times \Phi$ Online version © 2025

enzymes (biologistes) dont la légitimité sera à consolider ultérieurement. (24)

§ 5. — Le nouveau rôle ancillaire des mathématiques.

Selon une vision avancée par les néo-positivistes, les mathématiques seraient des systèmes purement conventionnels. Rudolf Carnap faisait remarquer que les géométries mathématiques sont inventées alors que la géométrie physique est mesurée. C'est l'ancienne conception du rôle de « *discipline servante* » : les mathématiques servent à perfectionner les représentations symboliques dont se servent les sciences de la nature (au sens de *Naturwissenschaften*).

Mais voilà maintenant que la biologie, qui étudie la nature vivante, le fait sur la base de représentations moléculaires où la combinatoire a un rôle fondamental et où donc les mathématiques ont la valeur d'une nature simplifiée en tant que système formel.

La correspondance est la suivante : les grosses molécules du vivant, protéines (composées d'acides aminés), ARN, ADN, sont pensées comme des *énoncés* mathématiques. Rappelons qu'en logique du premier ordre, un énoncé est une formule close, c'est-à-dire une formule sans variable libre ; relativement à une interprétation donnée, il est susceptible d'être vrai ou faux. Aux molécules *dont la synthèse est réussie* — que ce soit par la nature ou en laboratoire — nous associons les énoncés *démontrés*, autrement dit les *théorèmes*. La *synthèse chimique* est ainsi mise en correspondance avec la *démonstration* en mathématique.

Du côté des mathématiques nous pouvons prendre la théorie dans laquelle on pratique les mathématiques le plus souvent aujourd'hui à savoir la théorie des ensembles axiomatisée par Zermelo et Fraenkel (notée ZF). Mais le plus simple est de prendre l'arithmétique telle qu'axiomatisée par Giuseppe Peano avec neuf

(24) Un autre exemple de détour hétéropoïétique pourrait être l'usage du symbolisme des mathèmes par Jacques Lacan tels qu'il les présente « On ne sait absolument pas ce qu'ils veulent dire, mais ils se transmettent. Il n'en reste pas moins qu'ils ne se transmettent qu'avec l'aide du langage, et c'est ce qui fait toute la boiterie de l'affaire » (Séminaire XX, *Encore*, p. 100, cité par N. Charraud, *Mathématiques lacaniennes à l'heure de Grothendieck*, Spartacus-IDH, à paraître). Et si l'on suit Claude Lévi-Strauss le chamanisme peut être compris dans la même veine, comme trajet hétéropoïétique (« L'efficacité symbolique », *Revue de l'histoire des religions*, t. 135, n° 1, 1949, p. 5-27).

$M \times \Phi$ Online version © 2025

axiomes qui définissent les entiers naturels et à partir desquels se définissent l'addition et la multiplication. (25)

Si elle est cohérente, l'arithmétique de Peano est incomplète et indécidable ; plus généralement, il en va de même de toute théorie cohérente, effectivement axiomatisée et suffisamment riche pour formaliser l'arithmétique élémentaire. L'ensemble des théorèmes n'est pas à disposition, nous l'augmentons par chaque démonstration nouvelle. Et si nous nous donnons un énoncé a priori, il n'y a pas de borne calculable à la longueur des démonstrations qu'il faut essayer pour le démontrer. Les mathématiques fabriquent du *simple* à partir du complexe, c'est un trait fondamental de la combinatoire.

Ce phénomène n'apparaît qu'à partir d'un certain niveau de complexité. Il y a un seuil de richesse de l'axiomatique pour que l'incomplétude apparaisse. Bien sûr les mathématiques suivent les lois logiques et d'ailleurs l'ensemble de ces lois, la logique du premier ordre, traditionnellement appelée calcul des prédicats, est complète (26) : toute formule valide dans tous les modèles est démontrable. Son problème général de validité est toutefois indécidable : aucun algorithme ne décide la validité de toute formule. Une théorie cohérente, effectivement axiomatisée et suffisamment riche pour formaliser l'arithmétique est, en outre, incomplète : certains de ses énoncés ne sont ni démontrables ni réfutables. En langage simple, à partir de ce niveau, il n'y a pas de méthode générale pour trouver les démonstrations. Les mathématiciens ne cherchent pas des lois pour produire des théorèmes, ils traitent chaque conjecture une par une.

Du côté de la combinatoire de biologie moléculaire, on sait par des travaux plus récents de Y. Matiiassevitch (1967) notamment, que cette phénoménologie de l'incomplétude et de l'indécidabilité est présente car les opérations de coupure et de recollement d'ADN qui y sont présentes sont largement suffisantes pour la faire apparaître. (27)

Poursuivons cette mise en correspondance. Du côté de la nature, il y a de la production. Des molécules sont synthétisées et certaines

(25) Cf. N. Bouleau, *Introduction à la philosophie des sciences*, Spartacus-IDH, 2017, chap. II, § 2.

(26) Moins célèbre que le théorème d'incomplétude, ce résultat est aussi dû à Kurt Gödel, « Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls », *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol. 37, 1930, p. 349-360.

(27) Cf. *Ce que Nature sait*, *op. cit.*, p. 156-157 sur les systèmes de Thue. Voir aussi W. D. Smith, « Computational Complexity of Synthetic Chemistry — Basic Facts », NEC Research Institute, document de travail, 18 avril 1997, 8 p.

$M \times \Phi$ Online version © 2025

sont nouvelles, à cause des innovations génétiques au cours de l'évolution. Du côté de l'arithmétique ce sont les mathématiciens qui jouent ce rôle, ce sont eux qui « synthétisent » des théorèmes. Seulement la nature ne repart pas des axiomes initiaux, ceux d'il y a trois ou quatre milliards d'années, elle part des êtres vivants actuels, qui peuvent d'ailleurs avoir des traces de choses très anciennes. Mais au fond, les mathématiciens font la même chose dans leur travail de recherche, ils ne repartent pas à chaque fois des axiomes, ils utilisent les théorèmes déjà démontrés (théorème du point fixe, critères de convergence des séries, etc.). Sauf refonte totale des mathématiques comme l'entreprise du groupe Bourbaki qui reste exceptionnelle.

Il y a là tout de même une différence. Les mathématiques du passé sont présentes dans les mathématiques d'aujourd'hui. *On ne les a pas oubliées*. Nous avons peut-être perdu certaines démonstrations lorsque la bibliothèque d'Alexandrie a brûlé mais les résultats préservés, ou cités par d'autres auteurs, nous savons les démontrer autrement. C'est différent dans la nature.

Les détours qu'elle a faits pour obtenir les êtres vivants successifs depuis la soupe primitive sont pour la plupart définitivement perdus. La paléontologie et la phylogénie génomique nous en donnent des informations très lacunaires, car les échecs, les disparitions d'espèces, les extinctions locales ou vastes, ont effacé beaucoup de réussites qui ont pu contribuer aux synthèses utiles pour les survivants. Les « démonstrations » faites par la nature pour obtenir les êtres vivants d'aujourd'hui ne nous sont connues que par bribes.

De toute façon les synthèses réussies par la nature ont été faites dans un contexte lui-même en évolution dont nous ignorons définitivement les détails. En mathématique c'est tout à fait différent à cet égard. Le contexte des théories mathématiques, l'environnement dans lequel baignent les démonstrations, c'est la logique et elle n'est pas perturbée par l'apparition de théorèmes nouveaux. En revanche dans la nature les relations au contexte sont cruciales, non seulement au niveau des êtres vivants entre eux, le niveau darwinien en quelque sorte, mais aussi au niveau du cadre dans lequel la synthèse des protéines se fait, puis s'effectue la différenciation cellulaire, etc.

Je dois insister sur ce point pour ne pas faire croire que j'attribue à la combinatoire l'exclusivité des explications du vivant. Ce serait grotesque. L'assertion que « l'être vivant se développe à partir de l'ADN dans une matrice et croît jusqu'à être la matrice d'un

$M\times\Phi$ Online version © 2025

nouveau processus combinatoire », qui obtient un large consensus, dissimule évidemment l'immense complexité du phénomène vital majeur de la différenciation cellulaire et du rôle des processus épigénétiques.

Nous voyons donc que notre isomorphisme est une simplification considérable. Nous avons supprimé énormément de facteurs, énergie, force des liaisons, vitesses de réaction, catalyseurs, température, hygrométrie, etc. et en parlant de molécule dont la synthèse est réussie nous n'avons pas précisé les ordres de grandeur des durées de vie.

Cette version simplifiée de la combinatoire possède un niveau de complexité tout de même suffisant pour faire apparaître les limitations de notre connaissance de la nature vivante. Nous pouvons penser cette simplification comme une première compréhension. De même qu'un gaz parfait suit la thermodynamique avec des lois comportementales simples, notre représentation par les mathématiques a l'avantage, en démontrant que la découverte de théorèmes ne relève pas de ce qui peut être fait par algorithme, d'ouvrir la réflexion hors du réductionnisme classique, sans faire appel à aucun mysticisme ni élan vital.

Cependant l'exemple d'un gaz parfait n'est pas complètement adéquat car il pourrait faire croire que notre modèle est une *approximation* comme c'est très souvent le cas en ingénierie. Or *en combinatoire il ne s'agit pas d'approximation*.

$M \times \Phi$ *Online version* © 2025

§ 6. — Fonction créative et limite cognitive de l'hétéropoïèse biochimique.

Les détours des démonstrations mathématiques, et les excursions des biochimistes pour faire des synthèses, font que l'hétéropoïèse se présente du point de vue cognitif sous un jour positif ou négatif — tantôt constructive et créative tantôt au contraire imposant des limites au connaissable — selon les données dont on dispose et la liberté qu'on a d'en user.

Si les détours envisageables sont *ad libitum*, la fonction créative de l'hétéropoïèse est à l'œuvre lorsque le but — du mathématicien qui démontre ou du biochimiste qui synthétise — est la nouveauté du résultat et du trajet pour l'obtenir. L'empiriste procède alors en essayant diverses chaînes avec des maillons variés car il n'y

a pas de principe de pureté des méthodes à ce niveau de complexité. Les chimistes s'en sont rendu compte depuis longtemps. Ainsi Roald Hoffmann dans un bel article, peu après son prix Nobel, (28) explique que souvent pour synthétiser certains corps les chimistes sont obligés de passer par des corps beaucoup plus compliqués. Il souligne que la découverte de ces trajets est une activité quasi artistique qui repose sur le talent du chimiste et non sur des méthodes systématiques. Il prend pour cela l'exemple de la synthèse du « cubane » C_8H_8 molécule en forme de cube avec un carbone et un hydrogène à chaque sommet. (29) Ceci donne à la biologie de synthèse et à la biochimie une tournure particulière qui remet en question l'épistémologie classique fondée sur une conception nomologique de la connaissance. Dans une longue étude avec Jean-Paul Malrieu, ces auteurs discutent les méthodes algorithmiques, la pertinence des approches par simulation, et tentent de cerner ce qui appartient en propre à l'activité humaine dans la synthèse en chimie et en biologie. (30)

Très différente est la situation où nous met l'évolution lorsque nous considérons le monde du vivant tel qu'il nous apparaît actuellement et que nous réfléchissons à nos possibilités et responsabilités alors que la plupart des trajets de synthèse que la nature a utilisés pour le construire ont été définitivement *effacés*. Une limite cognitive est marquée par l'absence de cause *explicite*. Il y a un « c'est comme ça » qui s'impose à nous, un *être-là* que nous constatons et dont nous savons l'origine chimique mais qui nous laisse incapables de décrire explicitement l'enchainement des causes combinatoires. C'est autre chose que le *Dasein* de Heidegger, cela se rapprocherait davantage du *Dasein* de Hermann Weyl. Car il nous faudrait dire *pour toute la nature dans son ensemble* que dans son être il y va de son être : les changements que la nature effectue sont fonction de ce que la nature est, de ce qu'elle a été, et de ce qu'elle peut accepter, sans que nous puissions expliciter complètement.

Il est établi maintenant que le monde est essentiellement chimique, mais comment se fait-il que *cette loi* ne nous ouvre pas immédiatement la construction d'une nature que nous aurions choisie, techno-industrielle, « qui supplanterait l'ancienne » ? Ce ne

(28) R. Hoffmann, « In Praise of Synthesis », *American Scientist*, vol. 79, n° 1, 1991, p. 11-14.
(29) Cf. *Ce que Nature sait*, *op. cit.*, chapitre II.
(30) R. Hoffmann et J.-P. Malrieu, « Simulation vs. Understanding : A Tension, in Quantum Chemistry and Beyond », *Angewandte Chemie International Edition*, vol. 59, 2020 : Part A, p. 12590-12610 ; Part B, p. 13156-13178 ; Part C, p. 13694-13710.

$M \times \Phi$ Online version © 2025

sont pas les envies et les pulsions qui manquent chez les scientifiques. (31) a) Nous ne disposons pas des démonstrations de toutes les molécules du vivant actuel. b) Ce qui ne fait pas partie du présent biologique observable, est chimique lui aussi et nous l'ignorons tant qu'il ne s'est pas révélé par ses effets à partir de relations biochimiques avec l'existant.

§ — Bibliographie.

Arana, Andrew, *Elements of Purity*, Cambridge, Cambridge University Press, 2025 [publication en ligne : 3 décembre 2024]. https://doi.org/10.1017/9781009052719

Berthelot, Marcellin, « En l'an 2000 » (discours du 5 avril 1894), in *Science et morale*, Paris, Calmann-Lévy, 1897, p. 508-515. En ligne : https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k54036088

Bohr, Niels, *Physique atomique et connaissance humaine*, trad. E. Bauer et R. Omnès, Paris, Gauthier-Villars, 1972.

Bosse, Abraham, *Manière universelle de Mr Desargues, pour pratiquer la perspective par petit-pied, comme le géométral*, Paris, Pierre Des-Hayes, 1648. En ligne : https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8612037g

Bouleau, Nicolas, *Ce que Nature sait. La révolution combinatoire de la biologie et ses dangers*, Paris, PUF, 2021.

Bouleau, Nicolas, *Introduction à la philosophie des sciences*, Paris, Spartacus-IDH, 2017.

Bouleau, Nicolas, *Penser l'éventuel. Faire entrer les craintes dans le travail scientifique*, Versailles, Quæ, 2017.

Cavaillès, Jean, *Sur la logique et la théorie de la science* (1942), Paris, PUF, 1947 ; rééd. Paris, Vrin, 1976.

Charraud, Nathalie, *Mathématiques lacaniennes à l'heure de Grothendieck*, Paris, Spartacus-IDH, à paraître.

Church, Alonzo, « A Note on the Entscheidungsproblem », *The Journal of Symbolic Logic*, vol. 1, n° 1, 1936, p. 40-41. https://doi.org/10.2307/2269326

(31) « Le mal est fait, en ce sens qu'appuyée sur le développement de la connaissance (et de l'idéologie) scientifique, la nouvelle nature techno-industrielle a supplanté l'ancienne », lettre de Ph. Courrège à A. Grothendieck du 1er mars 1972.

$M \times \Phi$ Online version © 2025

Courrège, Philippe, « Lettre à Alexandre Grothendieck du 1er mars 1972 », d'après l'original manuscrit publié par Céline Pessis dans son mémoire « Les années 1968 et la science. *Survivre… et Vivre*, des mathématiciens critiques à l'origine de l'écologisme », EHESS – Centre Alexandre Koyré, 2008-2009.

Girard, Jean-Yves, « Du pourquoi au comment : la théorie de la démonstration de 1950 à nos jours », in Jean-Paul Pier (éd.), *Development of Mathematics 1950–2000*, Bâle, Birkhäuser, 2000, p. 515-545. En ligne : https://girard.perso.math.cnrs.fr/theodem.pdf

Gödel, Kurt, « Die Vollständigkeit der Axiome des logischen Funktionenkalküls », *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol. 37, 1930, p. 349-360. https://doi.org/10.1007/BF01696781

Gödel, Kurt, « Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme I », *Monatshefte für Mathematik und Physik*, vol. 38, 1931, p. 173-198. https://doi.org/10.1007/BF01700692

Guillaume, Marcel, « Axiomatique et logique », in Jean Dieudonné (éd.), *Abrégé d'histoire des mathématiques 1700-1900*, Paris, Hermann, 1978, p. 355-357.

Heidegger, Martin, *De l'essence de la vérité. Approche de l'« allégorie de la caverne » et du « Théétète » de Platon* (cours 1931-1932), trad. A. Boutot, Paris, Gallimard, 2001.

Hilbert, David, « Axiomatisches Denken », *Mathematische Annalen*, vol. 78, 1918, p. 405-415. https://doi.org/10.1007/BF01457115

Hilbert, David, *Grundlagen der Geometrie*, Leipzig, Teubner, 1899.

Hilbert, David, « Naturerkennen und Logik », *Die Naturwissenschaften*, vol. 18, 1930, p. 959-963. https://doi.org/10.1007/BF01492194

Hoffmann, Roald, « In Praise of Synthesis », *American Scientist*, vol. 79, n° 1, 1991, p. 11-14.

Hoffmann, Roald et **Jean-Paul Malrieu**, « Simulation vs. Understanding : A Tension, in Quantum Chemistry and Beyond », *Angewandte Chemie International Edition*, vol. 59, 2020, en trois parties : Part A, n° 31, p. 12590-12610,

M×Φ Online version © 2025

https://doi.org/10.1002/anie.201902527; Part B, n° 32, p. 13156-13178, https://doi.org/10.1002/anie.201910283; Part C, n° 33, p. 13694-13710, https://doi.org/10.1002/anie.201910285.

Kline, Morris, « Projective Geometry », in James R. Newman (éd.), *The World of Mathematics*, vol. 1, New York, Simon and Schuster, 1956, p. 622-641.

Lacan, Jacques, *Le Séminaire, livre XX : Encore (1972-1973)*, texte établi par J.-A. Miller, Paris, Seuil, 1975.

Leibniz, Gottfried Wilhelm, *Essais de Théodicée sur la bonté de Dieu, la liberté de l'homme et l'origine du mal* (1710), première partie, § 44, in C. I. Gerhardt (éd.), *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, t. VI, Berlin, Weidmann, 1885, p. 127.

Lévi-Strauss, Claude, « L'efficacité symbolique », *Revue de l'histoire des religions*, t. 135, n° 1, 1949, p. 5-27. https://doi.org/10.3406/rhr.1949.5632

Lévy-Leblond, Jean-Marc, « Des mathématiques catastrophiques », *Critique*, vol. 33, 1977, p. 430-441.

Longo, Giuseppe, « Reflections on Concrete Incompleteness », *Philosophia Mathematica*, vol. 19, n° 3, 2011, p. 255-280. https://doi.org/10.1093/philmat/nkr016

Malraux, André, *Malraux face aux jeunes. Mai 68, avant, après. Entretiens inédits*, éd. Michel Crépu, Paris, Gallimard, « Folio », 2016.

Mancosu, Paolo, *Infini, logique, géométrie*, Paris, Vrin, 2015.

Pascal, Blaise, « De l'esprit géométrique et de l'art de persuader », in *Œuvres complètes*, éd. Jacques Chevalier, Paris, Gallimard, « Bibliothèque de la Pléiade », 1954.

Petitot, Jean, « Les premiers textes de René Thom sur la morphogenèse et la linguistique : 1966-1970 », HAL, 2015. En ligne : https://hal.science/hal-01265180v2

Sarti, Alessandro, Giovanna Citti et **David Piotrowski**, *Differential Heterogenesis. Mutant Forms, Sensitive Bodies*, Cham, Springer, coll. « Lecture Notes in Morphogenesis », 2022. https://doi.org/10.1007/978-3-030-97797-9

Smith, James T., « David Hilbert's Radio Address », *Loci : Convergence*, vol. 11, 2014 (transcription allemande et traduction anglaise de la version radiophonique du discours

$M \times \Phi$ *Online version* © 2025

de Königsberg). En ligne : https://www.smith-at-sfsu.net/Documents/HilbertRadio/HilbertRadio.pdf

Smith, Warren D., « Computational Complexity of Synthetic Chemistry — Basic Facts », NEC Research Institute, document de travail, 18 avril 1997, 8 p.

Spinicci, Paolo, *Ithaque, enfin. Essais sur l'Odyssée et la philosophie de l'imagination*, trad. J. Benoist, Paris, Vrin, 2018.

Taton, René, « L'œuvre de Pascal en géométrie projective », *Revue d'histoire des sciences et de leurs applications*, t. 15, n° 3-4, 1962, p. 197-252. https://doi.org/10.3406/rhs.1962.4430

Thom, René, *Prédire n'est pas expliquer. Entretiens avec Émile Noël*, Paris, Eshel, 1991.

Thom, René, *Stabilité structurelle et morphogenèse. Essai d'une théorie générale des modèles*, Paris, InterÉditions, 1977 (éd. orig. Reading, W. A. Benjamin, 1972).

Weyl, Hermann, « Man and the Foundations of Science » (1949), in Peter Pesic (éd.), *Mind and Nature : Selected Writings on Philosophy, Mathematics, and Physics*, Princeton, Princeton University Press, 2009, p. 175-193. https://doi.org/10.1515/9781400833320.175

Weyl, Hermann, *Philosophie des mathématiques et des sciences de la nature*, trad. C. Lobo, Genève, MétisPresses, 2017.

Weyl, Hermann, *Temps, espace, matière. Leçons sur la théorie de la relativité générale* (1918), trad. G. Juvet et R. Leroy, Paris, Albert Blanchard, 1922.

Wiener, Hermann, « Über Grundlagen und Aufbau der Geometrie », *Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung*, vol. 1, 1892, p. 45-48. En ligne : https://eudml.org/doc/144369

Zahler, Raphael S. et **Hector J. Sussmann**, « Claims and Accomplishments of Applied Catastrophe Theory », *Nature*, vol. 269, n° 5631, 1977, p. 759-763. https://doi.org/10.1038/269759a0

Nicolas Bouleau, École des Ponts ParisTech.

$M \times \Phi$ Online version © 2025