

Il *discorso matematico* in Henri Poincaré e Anna Sfard: un confronto

BENEDETTO SCOPPOLA

CRISTINA SIRONI

Sunto: In questo lavoro si intende mettere a confronto la nozione di *discours* in Henri Poincaré e quella di *discourse* della teoria della *commognition* di Anna Sfard, con l'obiettivo di chiarire le differenze epistemologiche che le distinguono. In particolare, si indagherà come in Poincaré il *discours* costituisca la condizione per l'oggettività della scienza: solo ciò che è trasmissibile tramite un linguaggio condiviso può essere considerato conoscenza. Il discorso matematico è uno strumento rigoroso che trasforma i fatti bruti in fatti scientifici. La teoria della *commognition* riformula in chiave comunicativa il concetto del *discours* di Poincaré, discostandosi dal suo rigore conoscitivo.

Una lettura sinottica dei testi fondanti dei due autori, separati da un secolo di storia e filosofia della scienza, permette di mettere in luce i punti di contatto e di rilevare le discrepanze.

Parole chiave: Poincaré, Sfard, *commognition*, discorso matematico, epistemologia, didattica della matematica.

§ 1. — Introduzione.

In questo lavoro proponiamo una lettura sinottica tra gli scritti epistemologici di Poincaré e la moderna teoria della *commognition*, principalmente dovuta a Anna Sfard.

Riteniamo importante questo confronto per due motivi: una corretta collocazione da un punto di vista filosofico ed epistemologico della *commognition*, e una ricostruzione delle sue fonti.

L'idea, che nel contesto della pedagogia del '900 rimonta soprattutto a Vygotskij, secondo la quale la cultura è un prodotto dei rapporti sociali, è tradotta in didattica della matematica in un modello di apprendimento frutto quasi esclusivo delle relazioni sociali, tra pari o con il docente, all'interno della classe. In questo contesto l'opera della Sfard tende a dimostrare che ciò che l'ambiente scolastico deve realizzare è la creazione di un linguaggio condiviso (chiamato *discorso matematico*), indispensabile per far crescere la cultura matematica degli studenti. Questo linguaggio può essere costruito spontaneamente all'interno della classe, ma il ruolo del docente è quello di arrivare, alla fine, al linguaggio matematico ufficiale.

Rammentiamo qui i tratti essenziali della teoria di Anna Sfard. *Commognition* è un neologismo, frutto della fusione tra i termini *communication* e *cognition*. Secondo questa teoria, l'apprendimento non può essere separato dalla comunicazione, poiché il pensiero stesso è un'attività comunicativa con sé stessi. La matematica è un'attività discorsiva e il suo apprendimento è il processo di individualizzazione del discorso dell'esperto; tale processo è caratterizzato dall'uso di *parole specifiche*, *mediatori visivi*, *narrazioni approvate* e *routine*. La matematica, inoltre, è un particolare *discorso* che si distingue da altri discorsi in quanto è un sistema autopoietico: a differenza di altre discipline, in cui gli oggetti sono entità separate dal discorso, gli oggetti matematici sono costruiti discorsivi, la cui creazione (*objectification*) avviene combinando tre operazioni discorsive: *reification*, *saming* e *encapsulating*.⁽¹⁾

Accanto a spunti senza dubbio molto interessanti, la posizione della *commognition* tende a favorire pratiche didattiche la cui efficacia merita di essere valutata con un certo dettaglio, come verrà discusso più avanti.

In particolare, la nostra attenzione va alla nozione di *discorso matematico* che è presente anche nell'opera filosofica di Poincaré.

(1) A. Sfard, *Thinking as communicating*, Cambridge University Press, 2008.

Diviene allora importante confrontare la proposta epistemologica riguardo al *discorso matematico* del grande matematico francese con la lettura che ne viene proposta in termini di *commognition*. Cercheremo di mostrare che la visione di Poincaré, pur essendo testualmente molto vicina alla definizione di *discorso matematico*, accettata nell'ambito della *commognition*, viene da quest'ultima piuttosto disarticolata, riducendo il suo rigore e la sua applicabilità al contesto matematico.

Discuteremo anche una ricostruzione riguardo alle fonti della teoria della *commognition*. A nostra conoscenza, nonostante Poincaré venga frequentemente ricordato nelle opere della Sfar e dei suoi estimatori, nei loro lavori non viene mai citato il suo testo fondamentale in cui si propone il concetto di *discorso matematico*, che è *La valeur de la science*. Crediamo sia importante, per riflettere correttamente sui punti di forza e di debolezza della teoria della *commognition*, tenere a mente le caratteristiche del pensiero originale da cui essa trae spunto.

Il lavoro è organizzato come segue: ricostruiremo innanzitutto nella sezione 2 l'origine del *discorso matematico* nell'epistemologia di Poincaré, che nasce dalla sua critica a Le Roy. Nella sezione 3 saranno richiamati i principi fondamentali del *discours* nell'opera di Poincaré. Il confronto tra le idee di Poincaré e la moderna teoria in didattica della matematica sarà l'argomento della sezione 4. La sezione 5 riguarderà infine la discussione sulle fonti, esplicite o implicite, nelle opere della Sfar.

§ 2. — Poincaré e Le Roy: la nascita del *discours*.

Orientarsi nella monumentale opera di Henri Poincaré (1854–1912), composta da più di 500 memorie e più di 30 volumi, non è cosa facile, sia che si tratti della sua produzione scientifica, sia ancor più dei suoi scritti di carattere filosofico. Poincaré, negli ultimi dieci anni della sua vita, elaborò, a partire dalle sue ricerche in matematica e fisica, un impianto epistemologico e filosofico che condensò in quattro opere: *La science et l'hypothèse* (1902), *La valeur de la science* (1905), *Science et méthode* (1908) e *Dernières pensées* (pubblicato postumo, nel 1913).

Benché, come scrisse suo nipote Pierre Boutroux, "Henri Poincaré était en philosophie un autodidacte, et il éprouvait à

l'égard des systèmes une méfiance particulière" (2), "l'ambigua ricchezza dell'epistemologia di Poincaré risiede proprio [...] nella sua partecipazione all'orizzonte della modernità, ma con uno sguardo al suo oltrepassamento". (3)

A tal proposito, nel testo *La valeur de la science* emerge come, a partire dall'analisi sullo stato dell'arte nella ricerca in matematica e in fisica all'inizio del XX secolo, Poincaré fonda una sua epistemologia riflettendo sul valore intrinseco della scienza e sul suo rapporto con la realtà. L'opera è infatti divisa in tre parti: *Le sciences mathématiques*, *Le sciences physiques* e infine *Il valore oggettivo della scienza*. È in quest'ultima che Poincaré prende le distanze dal nominalismo di Le Roy (4), secondo il quale il potere creativo dello scienziato si riduce all'invenzione di un linguaggio con cui formulare le leggi della natura, di per sé provvisorie in quanto la loro validità può essere smentita in ogni momento dall'esperienza. Poincaré dedica alla filosofia di Le Roy il primo capitolo della terza parte de *La valeur de la science* dove analizza a fondo il pensiero del filosofo francese, confutandone gran parte degli assunti; particolarmente interessante per gli scopi di questo lavoro, il passaggio seguente:

“La Science n'est faite que de conventions, et c'est uniquement à cette circonstance qu'elle doit son apparente certitude; les faits scientifiques, et *a fortiori*, les lois sont l'œuvre artificielle du savant; la science ne peut donc rien nous apprendre de la vérité, elle ne peut nous servir que de *règle d'action*.”

On reconnaît là la théorie philosophique connue sous le nom de nominalisme; tout n'est pas faux dans cette théorie [...].

Ce n'est pas tout, la doctrine de M. Le Roy n'est pas seulement nominaliste; elle a encore un autre caractère qu'elle doit sans doute à l'influence de M. Bergson, elle est anti-intellectualiste. Pour M. Le Roy, l'intelligence déforme tout ce qu'elle touche, et cela est plus vrai encore de son instrument nécessaire 'le discours'. Il n'y a de réalité que

(2) P. Boutroux, *Henri Poincaré, l'œuvre philosophique*, CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016. Fonte: https://books.google.it/books/about/Henri_Poincaré.html?id=Kem7jwEACAAJ&redir_esc=y.

(3) G. Polizzi, *Henri Poincaré, tra matematica ed epistemologia*, Introduzione a *Il valore della scienza*, La Nuova Italia Editrice, Scandicci (Firenze), 1994, p. XVII.

(4) Édouard Louis Emmanuel Julien *Le Roy* (1870–1954), filosofo e teologo francese.

dans nos impressions fugitives et changeantes, et cette réalité même, dès qu'on la touche, s'évanouit".⁽⁵⁾

È in queste righe che compare per la prima volta in quest'opera il termine *discours*, designante l'*instrument nécessaire* dell'intelligenza umana nel processo di investigazione scientifica della realtà, e non solo, come vedremo più avanti.

L'introduzione di questo termine da parte di Poincaré nelle prime mosse della sua critica al nominalismo di Le Roy sia il punto di partenza per la nostra analisi comparata con la teoria della *commognition*.

§ 3. — Il *discours* in Poincaré.

La prima domanda che Poincaré si pone, e che dà il titolo al primo capitolo della terza parte de *La valeur de la science*, è se la scienza sia o meno artificiale. Qual è cioè il ruolo e lo scopo di chi fa scienza?

Secondo Le Roy la scienza non è altro che l'insieme di *règles d'action* che lo scienziato applica, nonostante questo non porti alla conoscenza della realtà, che resta impossibile; Poincaré, confutando questa visione, da Le Roy stesso erroneamente tacciata di scetticismo⁽⁶⁾, evidenzia invece il valore previsivo di queste *règles d'action*; pur se le previsioni della scienza dovessero essere smentite dall'esperienza, ciò non toglierebbe nulla al loro valore di strumento per la conoscenza.

D'altro canto, Poincaré concorda con Le Roy sulla distinzione tra *fatto bruto* e *fatto scientifico*: il primo è un dato dell'esperienza, un fenomeno osservabile non ancora sottoposto ad analisi e interpretazioni mentre il secondo è un fatto bruto che è stato inserito in un quadro teorico che lo spiega e lo interpreta tramite leggi scientifiche. Tuttavia, Poincaré lamenta la poca chiarezza sulla definizione del confine tra fatto bruto e fatto scientifico e, poiché tale confine è tracciato dall'azione dello scienziato, è quanto mai importante stabilirlo perché sia ben delineato il ruolo di chi fa scienza.

“Quelle différence y a-t-il alors entre l'énoncé d'un fait brut et l'énoncé d'un fait scientifique? Il y a la même différence qu'entre l'énoncé d'un même fait brut dans la

(5) H. Poincaré, *La valeur de la science*, in *Oeuvres philosophiques de Henri Poincaré*, Édition définitive, Ernest Flammarion, Paris, 1918, pp. 234–235.

(6) É. Le Roy, *Dogme et critique*, Bloud et C^{ie}, Paris, 1907.

langue française et dans la langue allemande. L'énoncé scientifique est la traduction de l'énoncé brut dans un langage qui se distingue surtout de l'allemand vulgaire ou du français vulgaire parce qu'il est parlé par un bien moins grand nombre de personnes".⁽⁷⁾

In questo passaggio, Poincaré individua nel linguaggio specifico lo strumento che traduce un fatto bruto in un fatto scientifico e sottolinea come questo linguaggio specifico accomuni un insieme di persone più piccolo rispetto a quello delle persone che sono in grado di enunciare un fatto bruto.

Inoltre, in qualità di strumento previsivo creato dallo scienziato, il linguaggio scientifico sarà soggetto ai cambiamenti necessari, nel caso le sue previsioni si rivelassero false. Infatti:

"[...] la part de collaboration personnelle de l'homme dans la création du fait scientifique, c'est l'erreur.

Mais si nous pouvons dire que le fait en question est faux, n'est-ce justement parce qu'il n'est pas une création libre et arbitraire de notre esprit, une convention déguisée, auquel cas il ne serait ni vrai ni faux ? Et en effet il était vérifiable, je n'avais pas fait la vérification, mais j'aurais pu la faire. Si j'ai fait une fausse réponse, c'est parce que j'ai voulu répondre trop vite, sans avoir interrogé la nature qui seule savait le secret.

Quand, après une expérience, je corrige les erreurs accidentelles et systématiques pour dégager le fait scientifique, c'est encore la même chose ; le fait scientifique ne sera jamais que le fait brut traduit dans un autre langage".⁽⁸⁾

In questa prospettiva, il linguaggio non è un semplice mezzo espressivo, ma la condizione stessa della conoscenza scientifica.⁽⁹⁾ Poincaré concepisce cioè il discorso matematico come lo spazio epistemico in cui il pensiero scientifico prende forma: la verità della scienza non risiede nei fatti isolati, ma nella loro organizzazione linguistica all'interno di un sistema convenzionale condiviso. Il *discours* diventa così lo strumento che garantisce coerenza e verificabilità, rendendo possibile la comunicazione e dunque l'oggettività

(7) H. Poincaré, *Op. cit.*, pp. 248–249.

(8) Ivi, p. 251.

(9) F. Furinghetti, *Matematica come processo socioculturale*, IPRASE Trentino, Studi e Ricerche, 2002.

del sapere. In tal senso, il valore conoscitivo della scienza è inseparabile dalla sua struttura linguistica, che costituisce il fondamento stesso dell'attività razionale e collettiva dello scienziato.⁽¹⁰⁾

Poche righe più avanti, Poincaré aggiunge l'aggettivo *commode* al sostantivo *langage*; questo *langage commode* è l'insieme di termini, leggi, postulati, teoremi, ecc. che verrà indicato più avanti con il termine *discours*.

È attraverso il linguaggio che trasforma il fatto bruto in fatto scientifico, che si crea conoscenza.

Poincaré volge lo sguardo anche a ciò che precede questa trasformazione, cioè al fatto bruto:

“[...] il semble superflu de rechercher si le fait brut est en dehors de la science, car il ne peut pas y avoir, ni science sans fait scientifique, ni fait scientifique sans fait brut, puisque le premier n'est que la traduction du second.

Et alors a-t-on le droit de dire que le savant crée le fait scientifique? Tout d'abord, il ne le crée pas *ex nihilo*, puisqu'il le fait avec le fait brut. Par conséquent, il ne le fait pas librement et *comme il veut*. Quelque habile que soit l'ouvrier, sa liberté est toujours limitée par les propriétés de la matière première sur laquelle il opère”.⁽¹¹⁾

Poiché sui fatti bruti lo scienziato non può influire, “tout ce que crée le savant dans un fait, c'est le langage dans lequel il l'énonce”⁽¹²⁾; egli potrà non di meno riconoscere diverse *realizzazioni* del fatto bruto, che concorreranno ad un medesimo fatto scientifico.

Ma l'opera creativa dello scienziato basta a sancire il valore oggettivo della scienza? E ancora, Poincaré si chiede cosa si possa intendere per *oggettività* della scienza.

Nel secondo paragrafo del capitolo XI, *La scienza e la realtà*, troviamo queste righe cruciali:

“Ce qui nous garantit l'objectivité du monde dans lequel nous vivons, c'est que ce monde nous est commun avec d'autres êtres pensants. Par les communications que nous avons avec les autres hommes, nous recevons d'eux des raisonnements tout faits; nous savons que ces raisonnements ne viennent pas de nous et en même temps nous y

(10) G. Heinzmann & D. Stump (2024), Henri Poincaré. In E. N. Zalta & U. Nodelman (Éds.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*.

(11) H. Poincaré, *Op. cit.*, p. 253.

(12) Ivi, p. 254.

reconnaissons l'œuvre d'êtres raisonnables comme nous. Et comme ces raisonnements paraissent s'appliquer au monde de nos sensations, nous croyons pouvoir conclure que ces êtres raisonnables ont vu la même chose que nous ; c'est comme cela que nous savons que nous n'avons pas fait un rêve.

Telle est donc la première condition de l'objectivité: ce qui est objectif doit être commun à plusieurs esprits, et par conséquent pouvoir être transmis de l'un à l'autre, et comme cette transmission ne peut se faire que par ce 'discours' qui inspire tant de défiance à M. Le Roy, nous sommes bien forcés de conclure: Pas de discours, pas d'objectivité. [...] rien n'est objectif qui ne soit transmissible".⁽¹³⁾

"Rien n'aura donc de valeur objective que ce qui sera transmissible par le 'discours' c'est-à-dire intelligible".⁽¹⁴⁾

Il discorso matematico di Poincaré, e soprattutto la lingua in cui è scritto, rappresenta un'idea molto esigente: il linguaggio della matematica per essere il creatore della transizione tra fatti bruti e fatti scientifici deve essere rigoroso, riconoscibile a tutti i membri della comunità che lo parla, e deve portare a fatti scientifici di cui sia possibile verificare la capacità previsiva.

§ 4. — Il *discourse* nella teoria di Anna Sfard: punti di contatto e importanti differenze con il *discours* nell'epistemologia di Poincaré.

"Il significato di una parola è il suo uso nel linguaggio".⁽¹⁵⁾

La teoria della *commognition* elaborata da Anna Sfard è un approccio che unisce i concetti di comunicazione e cognizione per spiegare l'apprendimento, in particolare l'apprendimento della matematica. Sfard propone che il pensiero e l'apprendimento siano essenzialmente processi comunicativi. Per una conoscenza approfondita della teoria della *commognition* si rimanda al testo fondante

(13) Ivi, pp. 286, 288.

(14) Ivi, p. 289.

(15) L. Wittgenstein, *Philosophische Untersuchungen*, Verlag Suhrkamp, Francoforte, 1953.

di Anna Sfard⁽¹⁶⁾; qui ci limiteremo a tracciarne le linee essenziali, funzionali per questo lavoro.

Viene chiamato *discorso* ogni tipo di comunicazione che accomuna alcune persone (membri della *comunità di discorsanti*) escludendone altre e l'apprendimento della matematica avviene partecipando e facendo evolvere il *discorso* stesso.

Infatti, Anna Sfard definisce così la *comunità di discorsanti*:

“A community of discourse is a group of people who communicate according to certain rules and share the same ways of using words, visual mediators, and routines”.⁽¹⁷⁾

“What distinguishes a community of discourse is not only what its members are talking about, but also how they are doing it”.⁽¹⁸⁾

Sfard sostiene che il *discorso* può essere interno (pensiero individuale) o esterno (interazione con altri). Questo *discorso* si sviluppa attraverso il linguaggio, i simboli e altre forme di rappresentazione, che sono tutti strumenti della comunicazione.⁽¹⁹⁾

In particolare, la matematica è vista come una forma particolare di *discorso*. Sfard, infatti, considera il *discorso matematico* non solo come un mezzo di espressione, ma come il fondamento del pensiero matematico stesso.⁽²⁰⁾ Esso ha una struttura specifica, che include regole su come usare i simboli, come formulare proposizioni, e come trovare relazioni. Ad esempio, il modo in cui si scrive un'equazione o si dimostra un teorema segue regole rigorose che fanno parte del *discorso matematico* che coinvolge oggetti specifici, come ad esempio numeri, funzioni, forme geometriche. Questi oggetti matematici vengono costruiti e manipolati attraverso il linguaggio

(16) A. Sfard, *Thinking as communicating*, Cambridge University Press, 2008.

(17) A. Sfard, *Learning Mathematics as Developing a Discourse*, Proceedings of 21st Conference of PME-NA, 2001. Fonte: https://www.researchgate.net/publication/252619091_Learning_mathematics_as_developing_a_discourse.

(18) *Ibid.*

(19) A. Baccaglini-Frank (2021), *To tell a story, you need a protagonist: how dynamic interactive mediators can fulfil this role and foster explorative participation to mathematical discourse*, Educational Studies in Mathematics, vol. 106, Springer. Fonte: <https://doi.org/10.1007/s10649-020-10009-w>.

(20) A. Baccaglini-Frank, C. Finesilver & M. Tabach (2022), Representations in mathematics education – a shift in perspectives, in *EMS Magazine*, 123, 45–51. Fonte: <https://doi.org/10.4171/MAG-74>.

e le rappresentazioni simboliche. In particolare, uno stesso oggetto matematico può avere diverse *realizzazioni*.⁽²¹⁾

Attraverso la pratica e la partecipazione al *discorso matematico*, emergono e si sviluppano il pensiero astratto, la generalizzazione, e la formalizzazione.

Il *discorso matematico* non è né statico né unico ma evolve nel tempo e varia tra diverse *comunità di discorsanti*. Ciò significa che, ad esempio, il *discorso matematico* che viene utilizzato in un'aula scolastica potrebbe essere diverso da quello utilizzato in un ambiente di ricerca, pur essendo parte dello stesso campo disciplinare.

La costruzione e l'evoluzione del *discorso matematico* avviene attraverso l'interazione tra persone e la comunicazione matematica attraverso il dialogo, sia tra studenti e insegnanti, sia tra pari; questo dialogo è essenziale per l'apprendimento della matematica.

Gli studenti imparano la matematica acquisendo la capacità di partecipare a questo *discorso*, che include l'uso di simboli, diagrammi, e termini specifici. Il modo in cui gli studenti parlano di matematica riflette e influenza il loro modo di pensare alla matematica.

L'apprendimento è definito dunque come il processo di diventare partecipanti competenti in una *comunità di discorsanti*, in questo caso, la comunità matematica. Gli studenti imparano non solo facendo matematica, ma anche partecipando alle pratiche discorsive che la caratterizzano.

Tale partecipazione si realizza se lo studente individualizza progressivamente il *discourse* dell'esperto, adottandone termini, simboli e linguaggio; secondo Anna Sfard, lo studente non si limita a fare propri gli strumenti del *discourse* dell'esperto ma li elabora per adattarli alle proprie esigenze in contesti diversi. Accanto a questa relazione comunicativa, il confronto con i pari si profila come ulteriore strumento in grado di far evolvere il *discorso matematico*. Anche se nell'opera della Sfard non emerge chiaramente, questa relazione fra pari, più complessa e articolata rispetto a quella con il docente, crediamo che sia estremamente importante, anche e soprattutto per stimolare il pensiero divergente, fonte della creatività dello scienziato:

(21) Ad esempio, il punto stazionario di una funzione quadratica può avere una realizzazione *grafica* (la parabola), una realizzazione *algebrica* (la funzione quadratica) o una realizzazione *visiva* (file di geometria dinamica).

“Hardly anyone can understand the importance of an idea, it is so remarkable. Except that, possibly, some children catch on. And when a child catches on to an idea like that, we have a scientist. [...] It’s too late for them to get the spirit when they are in our universities, so we must attempt to explain these ideas to children”.⁽²²⁾

Tornando al pensiero di Anna Sfard, nel processo di apprendimento l’insegnante svolge un ruolo fondamentale nell’introdurre e guidare gli studenti all’interno di questo discorso. Attraverso il dialogo, l’insegnante aiuta gli studenti a sviluppare le loro capacità discorsive matematiche.

A tal proposito, la teoria della *commognition* mette in evidenza lo scarto che ci può essere tra il discorso matematico informale e quello formale, sostenendo che l’apprendimento comporta necessariamente il passaggio da un discorso informale a uno più formalizzato.

In sintesi, nella sua teoria, Anna Sfard sottolinea come il pensiero matematico non sia separabile dal linguaggio e dalla comunicazione, e che l’apprendimento matematico avviene solo attraverso la partecipazione al *discorso matematico*. La conoscenza, in particolare la conoscenza matematica, non si profila dunque come un’entità fissa, come Sfard sottolinea:

“Rather than treating knowledge as a static entity, we think of it as something that comes into being through the activity of communication, that is, through discourse”.⁽²³⁾

Anna Sfard attribuisce al *discourse* la valenza di strumento centrale per la creazione, la comunicazione e la trasformazione della conoscenza, soprattutto nel contesto delle scienze, in particolare quelle matematiche. Attraverso il *discourse* la conoscenza viene sviluppata e comunicata, collegando il pensiero al processo di comunicazione:

“Thinking is a form of communication, and learning mathematics means becoming fluent in a certain type of

(22) R. P. Feynman, *The Pleasure of Finding Things Out*, Perseus Books, Cambridge, Massachusetts, 1999, pp. 145–146.

(23) A. Sfard, *Learning Mathematics as Developing a Discourse*, Proceedings of 21st Conference of PME-NA, 2001. Fonte: https://www.researchgate.net/publication/252619091_Learning_mathematics_as_developing_a_discourse.

discourse. This discourse is the primary medium through which mathematical knowledge is developed and communicated".⁽²⁴⁾

Da quanto finora esposto, sia Poincaré sia Sfard riconoscono il ruolo centrale del *discorso* nella costruzione della conoscenza ma è doveroso sottolineare le diverse prospettive che caratterizzano i loro pensieri.

Il *discours* ha, in Poincaré, origine nella comunità scientifica; esso si sviluppa ed evolve come strumento rigoroso che permette di trasformare il fatto bruto in fatto scientifico ed è solo grazie al *discours* che la scienza ha valore oggettivo. Nella teoria della *commognition*, questo concetto si amplia a qualsiasi tipo di comunicazione, sia interna sia esterna e la sua valenza come strumento di conoscenza travalica la scienza per estendersi a tutte le forme di apprendimento.

Inoltre, per Poincaré, il *discours* traduce i fatti bruti in fatti scientifici attraverso l'opera creativa dello scienziato che dunque costruisce la conoscenza, laddove, per Sfard, il *discourse*, oltre ad essere il mezzo attraverso cui si realizza l'apprendimento, è esso stesso il processo di strutturazione del pensiero ed è pertanto inscindibile dal processo di apprendimento.

Ci sembra che una traduzione più fedele, in termini di apprendimento, dell'idea di Poincaré, in cui il linguaggio è lo strumento per passare dal fatto bruto al fatto scientifico, debba avvenire avvicinandosi a materiali e strumenti manipolabili (che sono i fatti bruti) poiché essi sono già scienza, sono già matematica; non solo, essi determinano, come mattoni costitutivi imprescindibili, la costruzione formale che seguirà. La manipolazione dei fatti bruti aiuterà inoltre lo studente a discriminare tra essi quelli utili alla verifica di una legge, quelli cioè che potranno essere tradotti in fatti scientifici; lo studente imparerà così ad esercitare quella che Poincaré chiama "la libre activité du savant".⁽²⁵⁾

§ 5. — Le opere di Poincaré ispiratrici della teoria della *commognition*.

Fin dai suoi lavori dell'inizio degli anni '90, le riflessioni di Anna Sfard sono state ispirate dal pensiero di Poincaré. La volontà di

(24) A. Sfard, *Thinking as communicating*, Cambridge University Press, 2008, p. 81.

(25) H. Poincaré, *Op. cit.*, p. 255.

indagare i processi alla base dell'apprendimento, in particolare dell'apprendimento della matematica, prendono infatti le mosse dall'opera *Science et Méthode* del 1908, citata a più riprese da Sfard nei suoi lavori dove fa proprio l'interrogativo dello scienziato francese:

“It is more than eight decades now, since the well-known French mathematician and philosopher Henri Poincaré wrote in obvious despair:

One ... fact must astonish us, or rather would astonish us if we were not too much accustomed to it. How does it happen that there are people who do not understand mathematics? If the science invokes only the rules of logic, those accepted by all well-formed minds ... how does it happen that there are so many people who are entirely impervious to it?

For all the knowledge accumulated by psychologists and educators since then, this question seems today as challenging and teasing as ever. The particular intricacy of mathematical thinking, the ubiquitous, sometimes insurmountable difficulty experienced by those who learn it, and the resulting persistent lack of success in teaching the subject, all these facts are not less puzzling than they are conspicuous”.⁽²⁶⁾

Questa stessa citazione compare anche come incipit del primo capitolo della monografia *Thinking as communicating*.⁽²⁷⁾

Nell'avantesto dell'edizione del 2009 di questa stessa opera si legge:

“Standing on the shoulders of Vygotskij and Wittgenstein, the author defines thinking as a form of communication”.⁽²⁸⁾

Dopo quanto esposto in questo lavoro, pensiamo si possa aggiungere, a ragione, il nome di Poincaré a quelli di Vygotskij e Wittgenstein. Negli scritti filosofici dello scienziato francese

(26) A. Sfard, On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics*, 22(1):1–36, February 1991. Fonte: https://www.researchgate.net/publication/226068580_On_the_dual_nature_of_mathematical_conceptions_Reflections_on_processes_and_objects_as_different_sides_of_the_same_coin.

(27) A. Sfard, *Thinking as communicating*, Cambridge University Press, 2008, p. 3.

(28) Ivi, frontmatter.

non troviamo solo la domanda cui l'intero lavoro di ricerca di Anna Sfard cerca di dare una risposta ma soprattutto il riconoscimento del linguaggio come struttura generativa della conoscenza scientifica.

La *commognition* riprende questa intuizione, ma la trasla su un piano comunicativo, in cui il *discourse* diventa il luogo di produzione del pensiero e non più la condizione della sua oggettività. In tal modo, essa sposta l'accento dal problema epistemologico (il rapporto tra linguaggio, verità e oggettività) al problema pragmatico della costruzione condivisa del significato. Tuttavia, nel farlo, la teoria di Sfard attenua il rigore epistemico del *discours* di Poincaré, indebolendo così l'equilibrio tra creatività personale e riconoscimento da parte della comunità scientifica, che resta invece uno dei tratti più distintivi e fecondi del pensiero del matematico francese.

Riconoscere questa relazione non significa leggere la *commognition* come una prosecuzione del pensiero di Poincaré, ma piuttosto mettere in luce una convergenza di problemi che, pur appartenendo a contesti differenti, ruotano attorno alla funzione epistemologica del linguaggio. In Poincaré, il *discours* è il luogo della formalizzazione e del controllo razionale; in Sfard, il *discourse* è l'ambito dell'interazione e dell'apprendimento. *La valeur de la science* non anticipa la riflessione contemporanea, ma propone una configurazione diversa (più rigorosa, epistemicamente vincolante e ancora oggi feconda) di questioni che restano centrali nella filosofia della scienza.

Infine, l'opera *La valeur de la science* si chiude con un pensiero sulla potenza creatrice del pensiero umano che crediamo ben possa rappresentare, oltre l'epistemologia di Poincaré, anche il lavoro di chi si interroga su come presentare e far apprendere la matematica alle nuove generazioni:

“Et cependant – étrange contradiction pour ceux qui croient au temps – l'histoire géologique nous montre que la vie n'est qu'un court épisode entre deux éternités de mort, et que, dans cet épisode même, la pensée consciente n'a duré et ne durera qu'un moment. La pensée n'est qu'un éclair au milieu d'une longue nuit.

Mais c'est cet éclair qui est tout”.⁽²⁹⁾

(29) H. Poincaré, *Op. cit.*, pp. 301–302.

§ — Bibliografia.

- [1] A. Baccaglini-Frank (2021), To tell a story, you need a protagonist: how dynamic interactive mediators can fulfil this role and foster explorative participation to mathematical discourse, *Educational Studies in Mathematics*, vol. 106, Springer.
- [2] A. Baccaglini-Frank, C. Finesilver & M. Tabach (2022), Representations in mathematics education – a shift in perspectives, in *EMS Magazine*, 123, 45–51.
- [3] P. Boutroux, *Henri Poincaré, l'œuvre philosophique*, CreateSpace Independent Publishing Platform, 2016.
- [4] R. P. Feynman, *The Pleasure of Finding Things Out*, Perseus Books, Cambridge, Massachusetts, 1999.
- [5] F. Furinghetti, *Matematica come processo socioculturale*, IPRASE Trentino, Studi e Ricerche, 2002.
- [6] G. Heinzmann & D. Stump (2024), Henri Poincaré. In E. N. Zalta & U. Nodelman (Éds.), *The Stanford Encyclopedia of Philosophy*.
- [7] É. Le Roy, *Dogme et critique*, Bloud et Cie, Paris, 1907.
- [8] H. Poincaré, *La valeur de la science*, in *Oeuvres philosophiques de Henri Poincaré*, Édition définitive, Ernest Flammarion, Paris, 1918.
- [9] H. Poincaré, *Il valore della scienza*, La Nuova Italia, Scandicci (Firenze), 1994.
- [10] H. Poincaré, *La science et l'hypothèse*, Flammarion, Parigi, 1968.
- [11] H. Poincaré, *Science and Method*, Dover Publications, New York, 1952.
- [12] G. Polizzi, *Henri Poincaré, tra matematica ed epistemologia*, Introduzione a *Il valore della scienza*, La Nuova Italia Editrice, Scandicci (Firenze), 1994.
- [13] A. Sfard, *Thinking as communicating*, Cambridge University Press, 2008.
- [14] A. Sfard, Learning Mathematics as Developing a Discourse, *Proceedings of 21st Conference of PME-NA*, 2001.
- [15] A. Sfard, On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin, *Educational Studies in Mathematics*, 22(1):1–36, February 1991.

- [16] A. Sfard, On Two Metaphors for Learning and the Dangers of Choosing Just One, *Educational Researcher*, Vol. 27, No. 2 (Mar. 1998), pp. 4–13.
- [17] L. S. Vygotskij, *Pensiero e linguaggio*, Giunti editore, Firenze, 2007.
- [18] L. Wittgenstein, *Philosophische Untersuchungen*, Verlag Suhrkamp, Francoforte, 1953.

Benedetto Scoppola, Dipartimento di Matematica,
Università di Roma Tor Vergata,
benedetto.scoppola@gmail.com

★

Cristina Sironi, Dipartimento di Matematica, Università di
Roma Tor Vergata,
whertzog@libero.it

★ ★